I (1) ア. v_x　イ. v_y　ウ. a_x　エ. a_y
オ. a_y　カ. a_x

(2) 小球のEOMより. $ma_x = F_x$, $ma_y = F_y$ が成立するので.

$$\Delta A_v = \frac{1}{2m}(xF_y - yF_x)\Delta t$$

よって. $\Delta A_v = 0$ のとき. $xF_y - yF_x = 0$ //

(3) (2)より. $\vec{F} /\!/ \vec{r}$ が成立する. 円運動する物体の速度 $\vec{v}$ は. 円の接線方向を向くため, $\vec{r} \perp \vec{v}$ を満たす. よって. $\vec{F} \perp \vec{v}$ であり. $\vec{F}$ のする仕事は A→B でも A→C でも 0 となり. 等しい。//

II (1)

$$\begin{aligned} k^2 - k_r^2 &= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_r^2 \\ &= \frac{m}{2r^2}\left\{(x^2+y^2)(v_x^2+v_y^2) - (xv_x + yv_y)^2\right\} \\ &= \frac{m}{2r^2}(x^2v_y^2 - 2xyv_xv_y + y^2v_x^2) \\ &= \frac{2m}{r^2}\cdot\left\{\frac{1}{2}(xv_y - yv_x)\right\}^2 \\ &= \frac{2mA_v^2}{r^2} \end{aligned}$$

//

(2) (1) および $A_v = A_0$ より. 小球の力学的エネルギーは.

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}mv^2 - G\cdot\frac{mM}{r} \\ &= \frac{1}{2}mv_r^2 + \frac{2mA_0^2}{r^2} - G\cdot\frac{mM}{r} \\ &= \frac{1}{2}mv_r^2 + 2mA_0^2\left(\frac{1}{r} - \frac{GM}{4A_0^2}\right)^2 - \frac{G^2mM^2}{8A_0^2} \end{aligned}$$

$v_r = 0$, $r = \dfrac{4A_0^2}{GM}$ のとき. E は最小値 $-\dfrac{G^2mM^2}{8A_0^2}$ // をとる.

このとき. 小球は. $r = \dfrac{4A_0^2}{GM}$ の等速円運動を行う。//

III (1) 向心方向のEOMより.

$$m\cdot\frac{v_n^2}{r_n} = G\cdot\frac{mM}{r_n^2}$$

量子条件 $2\pi r_n = n\lambda$ および $\lambda = \dfrac{h}{mv_n}$ より.

$$r_n = \frac{n^2h^2}{4\pi^2Gm^2M}$$ //

(2) 10^{-61} kg //